

# ФИЗИКА

---

# 400

# ОСНОВНЫХ законов и формул

справочник



МОСКВА  
«ВЫСШАЯ ШКОЛА» 1993

Т. И. Трофимова

ФИЗИКА

**400**

**ОСНОВНЫХ ЗАКОНОВ  
И ФОРМУЛ**

ББК 22.3  
Т 76  
УДК 53

**Трофимова Т. И.**  
**Т 76** Физика. 400 основных законов и формул: Справочник для студ. вузов. — М.: Высш. шк., 1993. — 46 с.: ил.  
ISBN 5-06-003002-4

Впервые в столь сжатой форме представлены основные законы и формулы по всему курсу физики, знание которых необходимо для решения задач и осмысления физической сущности явлений.

Основное назначение — помочь быстро найти или восстановить в памяти необходимые законы и формулы. Используются современная терминология и обозначения.

*Привлекателен в качестве справочного материала при подготовке к семинарским занятиям и экзаменам. Помимо студентов вузов может быть полезен инженерно-техническим работникам и учащимся школ.*

Т  $\frac{1604000000 - 012}{001(01) - 93}$  КБ — 25 — 4 — 92

ББК 22.3  
53

ISBN 5-06-003002-4

© Т. И. Трофимова, 1993

# ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

## Кинематика

- Средняя и мгновенная скорости материальной точки

$$\langle \mathbf{v} \rangle = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}, \quad \langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}, \quad v = \frac{ds}{dt},$$

где  $\Delta \mathbf{r}$  — элементарное перемещение точки за промежуток времени  $\Delta t$ ;  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор точки;  $\Delta s$  — путь, пройденный точкой за промежуток времени  $\Delta t$ .

- Среднее и мгновенное ускорения материальной точки

$$\langle \mathbf{a} \rangle = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}, \quad \mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}.$$

- Полное ускорение при криволинейном движении

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_\tau + \mathbf{a}_n, \quad a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2},$$

где  $a_\tau = \frac{dv}{dt}$  — тангенциальная составляющая ускорения;  $a_n = \frac{v^2}{r}$  — нормальная составляющая ускорения ( $r$  — радиус кривизны траектории в данной точке).

- Путь и скорость для равнопеременного движения

$$s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}; \quad v = v_0 \pm at,$$

где  $v_0$  — начальная скорость.

- Угловая скорость

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

- Угловое ускорение

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}.$$

- Угловая скорость для равномерного вращательного движения

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n,$$

где  $T$  — период вращения;  $n$  — частота вращения ( $n = N/t$ , где  $N$  — число оборотов, совершаемых телом за время  $t$ ).

● Угол поворота и угловая скорость для равнопеременного вращательного движения

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}; \quad \omega = \omega_0 \pm \varepsilon t,$$

где  $\omega_0$  — начальная угловая скорость.

● Связь между линейными и угловыми величинами:

$$s = R\varphi; \quad v = R\omega; \quad a_t = R\varepsilon; \quad a_n = \omega^2 R,$$

где  $R$  — расстояние от оси вращения.

### Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела

● Импульс (количество движения) материальной точки

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}.$$

● Второй закон Ньютона (основное уравнение динамики материальной точки)

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}.$$

● Сила трения скольжения

$$F_{\text{тр}} = fN,$$

где  $f$  — коэффициент трения скольжения;  $N$  — сила нормального давления.

● Закон сохранения импульса для замкнутой системы

$$\mathbf{p} = \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{v}_i = \text{const},$$

где  $n$  — число материальных точек (или тел), входящих в систему.

### Работа и энергия

● Работа, совершаемая постоянной силой,

$$dA = F_s ds = F ds \cos \alpha,$$

где  $F_s$  — проекция силы на направление перемещения;  $\alpha$  — угол между направлениями силы и перемещения.

- Работа, совершаемая переменной силой, на пути  $s$

$$A = \int_s F_s ds = \int_s F \cos \alpha ds.$$

- Мгновенная мощность

$$N = \frac{dA}{dt}, \quad \text{или} \quad N = Fv = F_s v = Fv \cos \alpha.$$

- Кинетическая энергия движущегося тела

$$T = mv^2/2.$$

- Связь между силой, действующей на тело в данной точке поля, и потенциальной энергией частицы

$$F = -\text{grad } \Pi, \quad \text{или} \quad F = -\left(\frac{\partial \Pi}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial \Pi}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial \Pi}{\partial z} \mathbf{k}\right),$$

где  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  — единичные векторы координатных осей.

- Потенциальная энергия тела, поднятого над поверхностью Земли на высоту  $h$ ,

$$\Pi = mgh,$$

где  $g$  — ускорение свободного падения.

- Сила упругости

$$F = -kx,$$

где  $x$  — деформация;  $k$  — коэффициент упругости.

- Потенциальная энергия упругодеформированного тела

$$\Pi = kx^2/2.$$

- Закон сохранения механической энергии (для консервативной системы)

$$T + \Pi = E = \text{const.}$$

### Механика твердого тела

- Момент инерции материальной точки

$$J = mr^2,$$

где  $m$  — масса точки;  $r$  — расстояние до оси вращения.

- Момент инерции системы (тела)

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2,$$

где  $r_i$  — расстояние материальной точки массой  $m_i$  до оси вращения. В случае непрерывного распределения масс  $J = \int r^2 dm$ .

● Теорема Штейнера

$$J = J_c + ma^2,$$

где  $J_c$  — момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс;  $J$  — момент инерции относительно параллельной оси, отстоящей от первой на расстоянии  $a$ ;  $m$  — масса тела.

● Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси  $z$ ,

$$T_{\text{вр}} = J_z \omega^2 / 2,$$

где  $J_z$  — момент инерции тела относительно оси  $z$ ;  $\omega$  — его угловая скорость.

● Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения,

$$T = \frac{1}{2} m v_c^2 + \frac{1}{2} J_c \omega^2,$$

где  $m$  — масса тела;  $v_c$  — скорость центра масс тела;  $J_c$  — момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс;  $\omega$  — угловая скорость тела.

● Момент силы относительно неподвижной точки

$$M = [rF],$$

где  $r$  — радиус-вектор, проведенный из этой точки в точку приложения силы  $F$ . Модуль момента силы

$$M = Fl,$$

где  $l$  — плечо силы (кратчайшее расстояние между линией действия силы и осью вращения).

● Работа при вращении тела

$$dA = M_z d\varphi,$$

где  $d\varphi$  — угол поворота тела;  $M_z$  — момент силы относительно оси  $z$ .

● Момент импульса (момент количества движения) твердого тела относительно оси вращения

$$L_z = \sum_{i=1}^n m_i v_i r_i = J_z \omega,$$

где  $r_i$  — расстояние от оси  $z$  до отдельной частицы тела;  $m_i v_i$  — импульс этой частицы;  $J_z$  — момент инерции тела относительно оси  $z$ ;  $\omega$  — его угловая скорость.

- Уравнение (закон) динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси

$$M = \frac{dL}{dt}; \quad M_z = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon,$$

где  $\varepsilon$  — угловое ускорение;  $J_z$  — момент инерции тела относительно оси  $z$ .

- Закон сохранения момента импульса (момента количества движения) для замкнутой системы

$$L = \text{const.}$$

- Напряжение при упругой деформации

$$\sigma = F/S,$$

где  $F$  — растягивающая (сжимающая) сила;  $S$  — площадь поперечного сечения.

- Закон Гука для продольного растяжения (сжатия)

$$\sigma = E\varepsilon,$$

где  $E$  — модуль Юнга.

### Тяготение.

#### Элементы теории поля

- Закон всемирного тяготения

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где  $F$  — сила всемирного тяготения (гравитационная сила) двух материальных точек массами  $m_1$  и  $m_2$ ;  $r$  — расстояние между точками;  $G$  — гравитационная постоянная.

- Сила тяжести

$$P = mg,$$

где  $m$  — масса тела;  $g$  — ускорение свободного падения.

- Напряженность поля тяготения

$$g = F/m,$$

где  $F$  — сила тяготения, действующая на материальную точку массой  $m$ , помещенную в данную точку поля.

- Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия двух материальных точек массами  $m_1$  и  $m_2$ , находящихся на расстоянии  $r$  друг от друга,

$$\Pi = -Gm_1 m_2 / r.$$



● Потенциал поля тяготения

$$\varphi = \Pi/m,$$

где  $\Pi$  — потенциальная энергия материальной точки массой  $m$ , помещенной в данную точку поля.

● Связь между потенциалом поля тяготения и его напряженностью

$$\mathbf{g} = -\text{grad } \varphi, \quad \text{или} \quad \mathbf{g} = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \mathbf{k}\right),$$

где  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  — единичные векторы координатных осей.

Элементы механики жидкостей

● Гидростатическое давление столба жидкости на глубине  $h$

$$p = \rho gh,$$

где  $\rho$  — плотность жидкости.

● Закон Архимеда

$$F_A = \rho g V,$$

где  $F_A$  — выталкивающая сила;  $V$  — объем вытесненной жидкости.

● Уравнение неразрывности

$$Sv = \text{const},$$

где  $S$  — площадь поперечного сечения трубки тока;  $v$  — скорость жидкости.

● Уравнение Бернулли для стационарного течения идеальной несжимаемой жидкости

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = \text{const},$$

где  $p$  — статическое давление жидкости для определенного сечения трубки тока;  $v$  — скорость жидкости для этого же сечения;  $\rho v^2/2$  — динамическое давление жидкости для этого же сечения;  $h$  — высота, на которой расположено сечение;  $\rho gh$  — гидростатическое давление.

● Формула Торричелли, позволяющая определить скорость истечения жидкости из малого отверстия в открытом широком сосуде,

$$v = \sqrt{2gh},$$

где  $h$  — глубина, на которой находится отверстие относительно уровня жидкости в сосуде.

- Сила внутреннего трения между слоями текущей жидкости

$$F = \eta \left| \frac{\Delta v}{\Delta x} \right| S,$$

где  $\eta$  — динамическая вязкость жидкости;  $\Delta v / \Delta x$  — градиент скорости;  $S$  — площадь соприкасающихся слоев.

- Формула Стокса, позволяющая определить силу сопротивления, действующую на медленно движущийся в вязкой среде шарик,

$$F = 6\pi\eta r v,$$

где  $r$  — радиус шарика;  $v$  — его скорость.

### Элементы специальной (частной) теории относительности

- Преобразования Лоренца

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

где предполагается, что система отсчета  $K'$  движется со скоростью  $v$  в положительном направлении оси  $x$  системы отсчета  $K$ , причем оси  $x'$  и  $x$  совпадают, а оси  $y'$  и  $y$  и  $z'$  и  $z$  параллельны;  $c$  — скорость распространения света в вакууме.

- Релятивистское замедление хода часов

$$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

где  $\tau$  — промежуток времени между двумя событиями, отсчитанный движущимися вместе с телом часами;  $\tau'$  — промежуток времени между теми же событиями, отсчитанный покоящимися часами.

- Релятивистское (лоренцево) сокращение длины

$$l = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2},$$

где  $l_0$  — длина стержня, измеренная в системе отсчета, относительно которой стержень покоится (собственная длина);  $l$  — длина стержня, измеренная в системе отсчета, относительно которой он движется со скоростью  $v$ .

- Релятивистский закон сложения скоростей

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - vu_x/c^2}, \quad u'_y = \frac{u_y \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - vu_x/c^2}, \quad u'_z = \frac{u_z \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - vu_x/c^2},$$

где предполагается, что система отсчета  $K'$  движется со скоростью  $v$  в положительном направлении оси  $x$  системы отсчета  $K$ , причем оси  $x'$  и  $x$  совпадают, оси  $y'$  и  $y$ ,  $z'$  и  $z$  параллельны.

- Интервал  $s_{12}$  между событиями (инвариантная величина)

$$s_{12}^2 = c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2 = \text{inv},$$

где  $t_{12}$  — промежуток времени между событиями 1 и 2;  $l_{12}$  — расстояние между точками, где произошли события.

- Масса релятивистской частицы и релятивистский импульс

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

где  $m_0$  — масса покоя.

- Основной закон релятивистской динамики

$$F = \frac{dp}{dt},$$

где  $p$  — релятивистский импульс частицы.

- Полная и кинетическая энергии релятивистской частицы

$$E = mc^2 = m_0 c^2 + T, \quad T = (m - m_0) c^2.$$

- Связь между энергией и импульсом релятивистской частицы

$$E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2, \quad pc = \sqrt{T(T + 2m_0 c^2)}.$$

## ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕРМОДИНАМИКИ

### Молекулярно-кинетическая теория идеальных газов

- Закон Бойля — Мариотта

$$pV = \text{const} \quad \text{при } T = \text{const}, m = \text{const},$$

где  $p$  — давление;  $V$  — объем;  $T$  — термодинамическая температура;  $m$  — масса газа.

- Закон Гей-Люссака

$$V = V_0(1 + \alpha t), \quad \text{или} \quad V_1/V_2 = T_1/T_2 \quad \text{при } p = \text{const}, m = \text{const};$$

$$p = p_0(1 + \alpha t), \quad \text{или} \quad p_1/p_2 = T_1/T_2 \quad \text{при } V = \text{const}, m = \text{const},$$

где  $t$  — температура по шкале Цельсия;  $V_0$  и  $p_0$  — соответственно объем и давление при  $0^\circ\text{C}$ ; коэффициент  $\alpha = 1/273 \text{ K}^{-1}$ ; индексы 1 и 2 относятся к произвольным состояниям.

● Закон Дальтона для давления смеси  $n$  идеальных газов

$$p = \sum_{i=1}^n p_i,$$

где  $p_i$  — парциальное давление  $i$ -го компонента смеси.

● Уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона — Менделеева)

$$pV_m = RT \text{ (для 1 моль газа),}$$

$$pV = (m/M) RT \text{ (для произвольной массы газа),}$$

где  $V_m$  — молярный объем;  $R$  — молярная газовая постоянная;  $M$  — молярная масса газа;  $m$  — масса газа;  $m/M = \nu$  — количество вещества.

● Зависимость давления газа от концентрации  $n$  молекул и температуры  $T$

$$p = nkT,$$

где  $k$  — постоянная Больцмана ( $k = R/N_A$ ,  $N_A$  — постоянная Авогадро).

● Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеальных газов

$$p = \frac{1}{3} nm_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2,$$

или

$$pV = \frac{2}{3} N \left( \frac{m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2}{2} \right) = \frac{2}{3} E,$$

или

$$pV = \frac{1}{3} Nm_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2 = \frac{1}{3} m \langle v_{\text{кв}} \rangle^2,$$

где  $\langle v_{\text{кв}} \rangle$  — средняя квадратичная скорость молекул;  $E$  — суммарная кинетическая энергия поступательного движения всех молекул газа;  $n$  — концентрация молекул;  $m_0$  — масса одной молекулы;  $m = Nm_0$  — масса газа;  $N$  — число молекул в объеме газа  $V$ .

● Скорость молекул:  
наиболее вероятная

$$v_{\text{в}} = \sqrt{2RT/M} = \sqrt{2kT/m_0};$$

средняя квадратичная

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{3RT/M} = \sqrt{3kT/m_0};$$

средняя арифметическая

$$\langle v \rangle = \sqrt{8RT/(\pi M)} = \sqrt{8kT/(\pi m_0)},$$

где  $m_0$  — масса молекулы.

● Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы идеального газа

$$\langle \varepsilon_0 \rangle = \frac{3}{2} kT.$$

● Закон Максвелла для распределения молекул идеального газа по скоростям

$$f(v) = \frac{dN(v)}{Ndv} = 4\pi \left( \frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-m_0 v^2 / (2kT)},$$

где функция  $f(v)$  распределения молекул по скоростям определяет относительное число молекул  $dN(v)/N$  из общего числа  $N$  молекул, скорости которых лежат в интервале от  $v$  до  $v+dv$ .

● Закон Максвелла для распределения молекул идеального газа по энергиям теплового движения

$$f(\varepsilon) = \frac{dN(\varepsilon)}{Nd\varepsilon} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} \varepsilon^{1/2} e^{-\varepsilon/(kT)},$$

где функция  $f(\varepsilon)$  распределения молекул по энергиям теплового движения определяет относительное число молекул  $dN(\varepsilon)/N$  из общего числа  $N$  молекул, которые имеют кинетические энергии  $\varepsilon = m_0 v^2 / 2$ , заключенные в интервале от  $\varepsilon$  до  $\varepsilon + d\varepsilon$ .

● Барометрическая формула

$$p_h = p_0 e^{-Mg(h-h_0)/(RT)},$$

где  $p_h$  и  $p_0$  — давление газа на высоте  $h$  и  $h_0$ .

● Распределение Больцмана во внешнем потенциальном поле

$$n = n_0 e^{-Mgh/(RT)} = n_0 e^{-m_0 gh/(kT)}, \text{ или } n = n_0 e^{-\Pi/(kT)},$$

где  $n$  и  $n_0$  — концентрация молекул на высоте  $h$  и  $h=0$ ;

$\Pi = m_0 gh$  — потенциальная энергия молекулы в поле тяготения.

- Среднее число соударений, испытываемых молекулой газа за 1 с,

$$\langle z \rangle = \sqrt{2\pi d^2 n} \langle v \rangle,$$

где  $d$  — эффективный диаметр молекулы;  $n$  — концентрация молекул;  $\langle v \rangle$  — средняя арифметическая скорость молекул.

- Средняя длина свободного пробега молекул газа

$$\langle l \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2\pi d^2 n}}.$$

- Закон теплопроводности Фурье

$$Q = -\lambda \frac{dT}{dx} St,$$

где  $Q$  — теплота, прошедшая посредством теплопроводности через площадь  $S$  за время  $t$ ;  $dT/dx$  — градиент температуры;  $\lambda$  — теплопроводность:

$$\lambda = \frac{1}{3} c_v \rho \langle v \rangle \langle l \rangle,$$

где  $c_v$  — удельная теплоемкость газа при постоянном объеме;  $\rho$  — плотность газа;  $\langle v \rangle$  — средняя арифметическая скорость теплового движения его молекул;  $\langle l \rangle$  — средняя длина свободного пробега молекул.

- Закон диффузии Фика

$$M = -D \frac{d\rho}{dx} St,$$

где  $M$  — масса вещества, переносимая посредством диффузии через площадь  $S$  за время  $t$ ;  $d\rho/dx$  — градиент плотности,  $D$  — диффузия:

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle.$$

- Закон Ньютона для внутреннего трения (вязкости)

$$F = -\eta \frac{dv}{dx} S,$$

где  $F$  — сила внутреннего трения между движущимися слоями площадью  $S$ ;  $dv/dx$  — градиент скорости;  $\eta$  — динамическая вязкость:

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle.$$

## Основы термодинамики

- Средняя кинетическая энергия поступательного движения, приходящаяся на одну степень свободы молекулы,

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{1}{2} kT.$$

- Средняя энергия молекулы

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

где  $i$  — сумма поступательных, вращательных и удвоенного числа колебательных степеней свободы ( $i = n_{\text{пост}} + n_{\text{вращ}} + 2n_{\text{колеб}}$ ).

- Внутренняя энергия идеального газа

$$U = \nu \frac{i}{2} RT = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT,$$

где  $\nu$  — количество вещества;  $m$  — масса газа;  $M$  — молярная масса газа;  $R$  — молярная газовая постоянная.

- Первое начало термодинамики

$$Q = \Delta U + A,$$

где  $Q$  — количество теплоты, сообщенное системе или отданное ею;  $\Delta U$  — изменение ее внутренней энергии;  $A$  — работа системы против внешних сил.

- Первое начало термодинамики для малого изменения системы

$$\delta Q = dU + \delta A.$$

- Молярные теплоемкости газа при постоянном объеме и постоянном давлении

$$C_v = \frac{i}{2} R, \quad C_p = \frac{i+2}{2} R.$$

- Уравнение Майера

$$C_p = C_v + R.$$

- Изменение внутренней энергии идеального газа

$$dU = \frac{m}{M} C_v dT.$$

- Работа, совершаемая газом при изменении его объема,

$$dA = p dV.$$

- Полная работа при изменении объема газа

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p \, dV,$$

где  $V_1$  и  $V_2$  — соответственно начальный и конечный объемы газа.

- Работа газа:  
при изобарном процессе

$$A = p(V_2 - V_1), \quad \text{или} \quad A = \frac{m}{M} R (T_2 - T_1);$$

при изотермическом процессе

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}, \quad \text{или} \quad A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

- Уравнение адиабатического процесса (уравнение Пуассона)

$$pV^\gamma = \text{const}, \quad TV^{\gamma-1} = \text{const}, \quad T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{const},$$

где  $\gamma = C_p/C_v = (i+2)/i$  — показатель адиабаты.

- Работа в случае адиабатического процесса

$$A = \frac{m}{M} C_v (T_1 - T_2), \quad \text{или}$$

$$A = \frac{RT_1}{\gamma-1} \frac{m}{M} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] = \frac{p_1 V_1}{\gamma-1} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right],$$

где  $T_1$ ,  $T_2$  и  $V_1$ ,  $V_2$  — соответственно начальные и конечные температура и объем газа.

- Термический коэффициент полезного действия для кругового процесса (цикла)

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1},$$

где  $Q_1$  — количество теплоты, полученное системой;  $Q_2$  — количество теплоты, отданное системой;  $A$  — работа, совершаемая за цикл.

- Термический коэффициент полезного действия цикла Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где  $T_1$  — температура нагревателя;  $T_2$  — температура холодильника.



- Изменение энтропии при равновесном переходе из состояния 1 в состояние 2

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_1^2 \frac{dU + dA}{T}.$$

### Реальные газы, жидкости и твердые тела

- Уравнение состояния реальных газов (уравнение Ван-дер-Ваальса) для моля газа

$$\left(p + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT,$$

где  $V_m$  — молярный объем;  $a$  и  $b$  — постоянные Ван-дер-Ваальса, различные для разных газов.

- Уравнение Ван-дер-Ваальса для произвольной массы газа

$$\left(p + \frac{v^2 a}{V^2}\right)\left(\frac{V}{v} - b\right) = RT, \quad \text{или} \quad \left(p + \frac{v^2 a}{V^2}\right)(V - vb) = vRT,$$

где  $v = m/M$  — количество вещества.

- Внутреннее давление, обусловленное силами взаимодействия молекул,

$$p' = a/V_m^2.$$

- Внутренняя энергия реального газа

$$U = v(C_V T - a/V_m),$$

где  $C_V$  — молярная теплоемкость газа при постоянном объеме.

- Поверхностное натяжение

$$\sigma = F/l, \quad \text{или} \quad \sigma = \Delta E / \Delta S,$$

где  $F$  — сила поверхностного натяжения, действующая на контур  $l$ , ограничивающий поверхность жидкости;  $\Delta E$  — поверхностная энергия, связанная с площадью  $\Delta S$  поверхности пленки.

- Высота подъема жидкости в капиллярной трубке

$$h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\rho g r},$$

где  $\theta$  — краевой угол;  $r$  — радиус капилляра;  $\rho$  — плотность жидкости;  $g$  — ускорение свободного падения.

- Закон Дюлонга и Пти

$$C_V = 3R,$$

где  $C_v$  — молярная (атомная) теплоемкость химически простых твердых тел.

## ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

### ● Закон Кулона

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|Q_1||Q_2|}{r^2},$$

где  $F$  — сила взаимодействия двух точечных зарядов  $Q_1$  и  $Q_2$  в вакууме;  $r$  — расстояние между зарядами;  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная, равная  $8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

### ● Напряженность и потенциал электростатического поля

$$E = F/Q_0; \quad \varphi = \Pi/Q_0, \quad \text{или} \quad \varphi = A_\infty/Q_0,$$

где  $F$  — сила, действующая на точечный положительный заряд  $Q_0$ , помещенный в данную точку поля;  $\Pi$  — потенциальная энергия заряда  $Q_0$ ;  $A_\infty$  — работа перемещения заряда  $Q_0$  из данной точки поля за его пределы.

### ● Напряженность и потенциал электростатического поля точечного заряда $Q$ на расстоянии $r$ от заряда

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}; \quad \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}.$$

### ● Поток вектора напряженности через площадку $dS$

$$d\Phi_E = E dS = E_n dS,$$

где  $dS = dS n$  — вектор, модуль которого равен  $dS$ , а направление совпадает с нормалью  $n$  к площадке;  $E_n$  — составляющая вектора  $E$  по направлению нормали  $n$  к площадке.

### ● Поток вектора напряженности через произвольную поверхность $S$

$$\Phi_E = \int_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \int_S E_n dS.$$

### ● Принцип суперпозиции (наложения) электростатических полей

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_i; \quad \varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i,$$

где  $E_i$ ,  $\varphi_i$  — соответственно напряженность и потенциал поля, создаваемого зарядом  $Q_i$ .

● Связь между напряженностью и потенциалом электростатического поля

$$\mathbf{E} = -\text{grad } \varphi, \quad \text{или} \quad \mathbf{E} = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \mathbf{k}\right),$$

где  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{k}$  — единичные векторы координатных осей.

● Электрический момент диполя (дипольный момент)

$$\mathbf{p} = |Q|\mathbf{l},$$

где  $\mathbf{l}$  — плечо диполя.

● Линейная, поверхностная и объемная плотности зарядов

$$\tau = \frac{dQ}{dl}; \quad \sigma = \frac{dQ}{dS}; \quad \rho = \frac{dQ}{dV},$$

т. е. соответственно заряд, приходящийся на единицу длины, поверхности и объема.

● Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме

$$\Phi_E = \oint_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n Q_i = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV,$$

где  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная;  $\sum_{i=1}^n Q_i$  — алгебраическая сумма зарядов, заключенных внутри замкнутой поверхности  $S$ ;  $n$  — число зарядов;  $\rho$  — объемная плотность зарядов.

● Циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль замкнутого контура

$$\oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} = \int_L E_l dl = 0,$$

где  $E_l$  — проекция вектора  $\mathbf{E}$  на направление элементарного перемещения  $d\mathbf{l}$ . Интегрирование производится по любому замкнутому пути  $L$ .

● Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда  $Q_0$  из точки 1 в точку 2,

$$A_{12} = Q_0(\varphi_1 - \varphi_2), \quad \text{или} \quad A_{12} = Q_0 \int_1^2 \mathbf{E} d\mathbf{l} = Q_0 \int_1^2 E_l dl,$$

где  $E_l$  — проекция вектора  $\mathbf{E}$  на направление элементарного перемещения  $d\mathbf{l}$ .

● Поляризованность

$$P = \sum_i p_i / V,$$

где  $V$  — объем диэлектрика;  $p_i$  — дипольный момент  $i$ -й молекулы.

● Связь между поляризованностью диэлектрика и напряженностью электростатического поля

$$P = \varepsilon \varepsilon_0 E,$$

где  $\varepsilon$  — диэлектрическая восприимчивость вещества.

● Связь диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$  с диэлектрической восприимчивостью  $\varepsilon$

$$\varepsilon = 1 + \varepsilon.$$

● Связь между напряженностью  $E$  поля в диэлектрике и напряженностью  $E_0$  внешнего поля

$$E = E_0 - P/\varepsilon_0, \quad \text{или} \quad E = E_0/\varepsilon.$$

● Связь между векторами электрического смещения и напряженностью электростатического поля

$$D = \varepsilon_0 \varepsilon E.$$

● Связь между  $D$ ,  $E$  и  $P$

$$D = \varepsilon_0 E + P.$$

● Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике

$$\Phi_D = \oint_S D dS = \oint_S D_n dS = \sum_{i=1}^n Q_i,$$

где  $\sum_{i=1}^n Q_i$  — алгебраическая сумма заключенных внутри замкнутой поверхности  $S$  свободных электрических зарядов;  $D_n$  — составляющая вектора  $D$  по направлению нормали  $\mathbf{n}$  к площадке  $dS$ ;  $dS = dS \cdot \mathbf{n}$  — вектор, модуль которого равен  $dS$ , а направление совпадает с нормалью  $\mathbf{n}$  к площадке. Интегрирование ведется по всей поверхности.

● Емкость уединенного проводника

$$C = Q/\varphi,$$

где  $Q$  — заряд, сообщенный проводнику;  $\varphi$  — потенциал проводника.

- Емкость плоского конденсатора

$$C = \epsilon_0 \epsilon S / d,$$

где  $S$  — площадь каждой пластины конденсатора;  $d$  — расстояние между пластинами.

- Емкость цилиндрического конденсатора

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon l}{\ln(r_2/r_1)},$$

где  $l$  — длина обкладок конденсатора;  $r_1$  и  $r_2$  — радиусы полых коаксиальных цилиндров.

- Емкость сферического конденсатора

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1},$$

где  $r_1$  и  $r_2$  — радиусы концентрических сфер.

- Емкость системы конденсаторов при последовательном и параллельном соединении

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \quad \text{и} \quad C = \sum_{i=1}^n C_i,$$

где  $C_i$  — емкость  $i$ -го конденсатора;  $n$  — число конденсаторов.

- Энергия уединенного заряженного проводника

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{Q\varphi}{2} = \frac{Q^2}{2C}.$$

- Энергия взаимодействия системы точечных зарядов

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n Q_i \varphi_i,$$

где  $\varphi_i$  — потенциал, создаваемый в той точке, где находится заряд  $Q_i$ , всеми зарядами, кроме  $i$ -го.

- Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{C(\Delta\varphi)^2}{2} = \frac{Q\Delta\varphi}{2} = \frac{Q^2}{2C},$$

где  $Q$  — заряд конденсатора;  $C$  — его емкость;  $\Delta\varphi$  — разность потенциалов между обкладками.

- Сила притяжения между двумя разноименно заряженными обкладками конденсатора

$$|F| = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 \epsilon S} = \frac{\sigma^2 S}{2\epsilon_0 \epsilon} = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2 S}{2}.$$

- Энергия электростатического поля плоского конденсатора

$$W = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} Sd = \frac{\epsilon_0 \epsilon S U^2}{2d} = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} V,$$

где  $S$  — площадь одной пластины;  $U$  — разность потенциалов между пластинами;  $V = Sd$  — объем конденсатора.

- Объемная плотность энергии

$$w = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2},$$

где  $D$  — электрическое смещение.

### Постоянный электрический ток

- Сила и плотность электрического тока

$$I = \frac{dQ}{dt}; \quad j = \frac{I}{S},$$

где  $S$  — площадь поперечного сечения проводника.

- Плотность тока в проводнике

$$\mathbf{j} = ne \langle \mathbf{v} \rangle,$$

где  $\langle \mathbf{v} \rangle$  — скорость упорядоченного движения зарядов в проводнике;  $n$  — концентрация зарядов.

- Электродвижущая сила, действующая в цепи,

$$\mathcal{E} = A/Q_0, \text{ или } \mathcal{E} = \oint \mathbf{E}_{\text{ст}} d\mathbf{l},$$

где  $Q_0$  — единичный положительный заряд;  $A$  — работа сторонних сил;  $\mathbf{E}_{\text{ст}}$  — напряженность поля сторонних сил.

- Сопротивление  $R$  однородного линейного проводника, проводимость  $G$  проводника и удельная электрическая проводимость  $\gamma$  вещества проводника

$$R = \rho l/S; \quad G = 1/R; \quad \gamma = 1/\rho,$$

где  $\rho$  — удельное электрическое сопротивление;  $S$  — площадь поперечного сечения проводника;  $l$  — его длина.

- Сопротивление проводников при последовательном и параллельном соединении

$$R = \sum_{i=1}^n R_i \quad \text{и} \quad \frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i},$$

где  $R_i$  — сопротивление  $i$ -го проводника;  $n$  — число проводников.

- Зависимость удельного сопротивления  $\rho$  от температуры

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t),$$

где  $\alpha$  — температурный коэффициент сопротивления.

- Закон Ома:

для однородного участка цепи

$$I = U/R;$$

для неоднородного участка цепи

$$I = (\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12})/R;$$

для замкнутой цепи

$$I = \mathcal{E}/R,$$

где  $U$  — напряжение на участке цепи;  $R$  — сопротивление цепи (участка цепи);  $(\varphi_1 - \varphi_2)$  — разность потенциалов на концах участка цепи;  $\mathcal{E}_{12}$  — э. д. с. источников тока, входящих в участок;  $\mathcal{E}$  — э. д. с. всех источников тока цепи.

- Закон Ома в дифференциальной форме

$$\mathbf{j} = \gamma \mathbf{E},$$

где  $\mathbf{E}$  — напряженность электростатического поля.

- Работа тока за время  $t$

$$A = IUt = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t.$$

- Мощность тока

$$P = UI = I^2 R = U^2/R.$$

- Закон Джоуля — Ленца

$$Q = I^2 R t = IUt,$$

где  $Q$  — количество теплоты, выделяющееся в участке цепи за время  $t$ .

- Закон Джоуля — Ленца в дифференциальной форме

$$w = jE = \gamma E^2,$$

где  $w$  — удельная тепловая мощность тока.

## Магнитное поле

- Механический момент, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле,

$$M = [p_m B],$$

где  $B$  — магнитная индукция;  $p_m$  — магнитный момент контура с током:

$$p_m = ISn,$$

где  $S$  — площадь контура с током;  $n$  — единичный вектор нормали к поверхности контура.

- Связь магнитной индукции  $B$  и напряженности  $H$  магнитного поля

$$B = \mu_0 \mu H,$$

где  $\mu_0$  — магнитная постоянная;  $\mu$  — магнитная проницаемость среды.

- Закон Био — Савара — Лапласа

$$dB = \frac{\mu_0 \mu I [dl, r]}{4\pi r^3},$$

где  $dB$  — магнитная индукция поля, создаваемая элементом длины  $dl$  проводника с током  $I$ ;  $r$  — радиус-вектор, проведенный от  $dl$  к точке, в которой определяется магнитная индукция.

- Принцип суперпозиции (наложения) магнитных полей

$$B = \sum_i B_i,$$

где  $B$  — магнитная индукция результирующего поля;  $B_i$  — магнитные индукции складываемых полей.

- Магнитная индукция поля, создаваемого бесконечно длинным прямым проводником с током,

$$B = \frac{\mu_0 \mu 2I}{4\pi R},$$

где  $R$  — расстояние от оси проводника.

- Магнитная индукция в центре кругового проводника с током

$$B = \mu_0 \mu \frac{I}{2R},$$

где  $R$  — радиус кривизны проводника.



● Закон Ампера

$$dF = I[dl, \mathbf{B}],$$

где  $dF$  — сила, действующая на элемент длины  $dl$  проводника с током  $I$ , помещенный в магнитное поле с индукцией  $\mathbf{B}$ .

● Сила взаимодействия двух прямых бесконечных прямолинейных параллельных проводников с токами  $I_1$  и  $I_2$

$$dF = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} dl,$$

где  $R$  — расстояние между проводниками;  $dl$  — отрезок проводника.

● Магнитное поле точечного заряда  $Q$ , свободно движущегося с нерелятивистской скоростью  $v$ ,

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Q[\mathbf{v}\mathbf{r}]}{r^3},$$

где  $r$  — радиус-вектор, проведенный от заряда к точке наблюдения.

● Сила Лоренца

$$\mathbf{F} = Q[\mathbf{v}\mathbf{B}],$$

где  $\mathbf{F}$  — сила, действующая на заряд  $Q$ , движущийся в магнитном поле со скоростью  $\mathbf{v}$ .

● Формула Лоренца

$$\mathbf{F} = Q\mathbf{E} + Q[\mathbf{v}\mathbf{B}],$$

где  $\mathbf{F}$  — результирующая сила, действующая на движущийся заряд  $Q$ , если на него действуют электрическое поле напряженностью  $\mathbf{E}$  и магнитное поле индукцией  $\mathbf{B}$ .

● Закон полного тока для магнитного поля в вакууме (теорема о циркуляции вектора  $\mathbf{B}$ )

$$\oint_L \mathbf{B} d\mathbf{l} = \oint_L B_l d\mathbf{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k,$$

где  $\mu_0$  — магнитная постоянная;  $d\mathbf{l}$  — вектор элементарной длины контура, направленной вдоль обхода контура;  $B_l = B \cos \alpha$  — составляющая вектора  $\mathbf{B}$  в направлении касательной контура  $L$  произвольной формы (с учетом выбранного направления обхода);  $\alpha$  — угол между векторами  $\mathbf{B}$  и  $d\mathbf{l}$ ;  $\sum_{k=1}^n I_k$  — алгебраическая сумма токов, охватываемых контуром.

- Магнитная индукция поля внутри соленоида (в вакууме), имеющего  $N$  витков,

$$B = \mu_0 NI/l,$$

где  $l$  — длина соленоида.

- Магнитная индукция поля внутри тороида (в вакууме)

$$B = \mu_0 NI/(2\pi r).$$

- Поток вектора магнитной индукции (магнитный поток) через площадку  $dS$

$$d\Phi_B = B dS = B_n dS,$$

где  $dS = dS \mathbf{n}$  — вектор, модуль которого равен  $dS$ , а направление совпадает с нормалью  $\mathbf{n}$  к площадке;  $B_n$  — проекция вектора  $\mathbf{B}$  на направление нормали к площадке.

- Поток вектора магнитной индукции сквозь произвольную поверхность  $S$

$$\Phi_B = \int_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = \int_S B_n dS.$$

- Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле

$$dA = I d\Phi,$$

где  $d\Phi$  — магнитный поток, пересеченный движущимся проводником.

- Работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле

$$dA = I d\Phi',$$

где  $d\Phi'$  — изменение магнитного потока, сцепленного с контуром.

### Электромагнитная индукция

- Закон Фарадея

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt},$$

где  $\mathcal{E}_i$  — э. д. с. индукции.

- Магнитный поток, создаваемый током  $I$  в контуре с индуктивностью  $L$ ,

$$\Phi = LI.$$

● Э. д. с. самоиндукции

$$\mathcal{E}_s = -L \frac{dI}{dt},$$

где  $L$  — индуктивность контура.

● Индуктивность соленоида (тороида)

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l},$$

где  $N$  — число витков соленоида;  $l$  — его длина.

● Токи при размыкании и при замыкании цепи

$$I = I_0 e^{-t/\tau}; \quad I = I_0 (1 - e^{-t/\tau}),$$

где  $\tau = L/R$  — время релаксации ( $L$  — индуктивность;  $R$  — сопротивление).

● Э. д. с. взаимной индукции (э. д. с., индуцируемая изменением силы тока в соседнем контуре)

$$\mathcal{E} = -L_{12} \frac{dI}{dt},$$

где  $L_{12}$  — взаимная индуктивность контуров.

● Взаимная индуктивность двух катушек (с числом витков  $N_1$  и  $N_2$ ), намотанных на общий тороидальный сердечник,

$$L_{12} = L_{21} = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2}{l} S,$$

где  $\mu$  — магнитная проницаемость сердечника;  $l$  — длина сердечника по средней линии;  $S$  — площадь сердечника.

● Энергия магнитного поля, создаваемого током в замкнутом контуре индуктивностью  $L$ , по которому течет ток  $I$ ,

$$W = LI^2/2.$$

● Объемная плотность энергии однородного магнитного поля длинного соленоида

$$w = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{BH}{2}.$$

### Магнитные свойства вещества

● Связь орбитального магнитного  $p_m$  и орбитального механического  $L$  моментов электрона

$$p_m = -g L_l = -\frac{e}{2m} L_l,$$

где  $g = e/(2m)$  — гиромагнитное отношение орбитальных моментов.

● Намагниченность

$$J = P_m/V = \sum p_a/V,$$

где  $P_m = \sum p_a$  — магнитный момент магнетика, равный векторной сумме магнитных моментов отдельных молекул.

● Связь между намагниченностью и напряженностью магнитного поля

$$J = \chi H,$$

где  $\chi$  — магнитная восприимчивость вещества.

● Связь между векторами  $B$ ,  $H$ ,  $J$

$$B = \mu_0 (H + J),$$

где  $\mu_0$  — магнитная постоянная.

● Связь между магнитной проницаемостью и магнитной восприимчивостью вещества

$$\mu = 1 + \chi.$$

● Закон полного тока для магнитного поля в веществе (теорема о циркуляции вектора  $B$ )

$$\oint_L \mathbf{B} d\mathbf{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0 (I + I'),$$

где  $d\mathbf{l}$  — вектор элементарной длины контура, направленный вдоль обхода контура;  $B_l$  — составляющая вектора  $\mathbf{B}$  в направлении касательной контура  $L$  произвольной формы;  $I$  и  $I'$  — соответственно алгебраические суммы макроток (токов проводимости) и микротоков (молекулярных токов), охватываемых заданным контуром.

● Теорема о циркуляции вектора напряженности магнитного поля

$$\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = I,$$

где  $I$  — алгебраическая сумма токов проводимости, охватываемых контуром  $L$ .

## Основы теории Максвелла для электромагнитного поля

- Плотность тока смещения

$$\mathbf{j}_{\text{см}} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t},$$

где  $\mathbf{D}$  — электрическое смещение;  $\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$  — плотность тока смещения в вакууме;  $\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}$  — плотность тока поляризации.

- Полная система уравнений Максвелла:  
в интегральной форме

$$\oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} = - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} d\mathbf{S}; \quad \oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = \int_V \rho dV;$$
$$\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = \int_S \left( \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) d\mathbf{S}; \quad \oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0,$$

в дифференциальной форме

$$\text{rot } \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \quad \text{div } \mathbf{D} = \rho; \quad \text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}; \quad \text{div } \mathbf{B} = 0,$$

где  $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}$ ;  $\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}$ ;  $\mathbf{j} = \gamma \mathbf{E}$  ( $\varepsilon_0$  и  $\mu_0$  — соответственно электрическая и магнитная постоянные;  $\varepsilon$  и  $\mu$  — диэлектрическая и магнитная проницаемости;  $\gamma$  — удельная проводимость вещества).

## КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

### Механические и электромагнитные колебания

- Уравнение гармонических колебаний

$$s = A \cos(\omega_0 t + \varphi),$$

где  $s$  — смещение колеблющейся величины от положения равновесия;  $A$  — амплитуда колебаний;  $\omega_0 = 2\pi/T = 2\pi\nu$  — круговая (циклическая) частота;  $\nu = 1/T$  — частота;  $T$  — период колебаний;  $\varphi_0$  — начальная фаза.

- Скорость и ускорение точки, совершающей гармонические колебания,

$$\frac{ds}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) = A\omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$\frac{d^2s}{dt^2} = -A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi) = -\omega_0^2 s.$$

- Кинетическая энергия колеблющейся точки массой  $m$

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi).$$

- Потенциальная энергия

$$\Pi = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi).$$

- Полная энергия

$$E = mA^2\omega_0^2/2.$$

- Дифференциальное уравнение гармонических колебаний материальной точки массой  $m$

$$m\ddot{x} = -kx, \quad \text{или} \quad \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0,$$

где  $k$  — коэффициент упругости ( $k = \omega_0^2 m$ ).

- Период колебаний пружинного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{m/k},$$

где  $m$  — масса пружинного маятника;  $k$  — жесткость пружины.

- Период колебаний физического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{J/(mgl)} = 2\pi\sqrt{L/g},$$

где  $J$  — момент инерции маятника относительно оси колебаний;  $l$  — расстояние между точкой подвеса и центром масс маятника;  $L = J/(ml)$  — приведенная длина физического маятника;  $g$  — ускорение свободного падения.

- Период колебаний математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{l/g},$$

где  $l$  — длина маятника.

- Формула Томсона, устанавливающая связь между периодом  $T$  собственных колебаний в контуре без активного сопротивления и индуктивностью  $L$  и емкостью контура  $C$ ,

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

● Дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний заряда в контуре и его решение:

$$\ddot{Q} + \frac{1}{LC}Q = 0; \quad Q = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi),$$

где  $Q_m$  — амплитуда колебаний заряда;  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  — собственная частота контура.

● Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний линейной системы и его решение:

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + 2\delta \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = 0; \quad s = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi),$$

где  $s$  — колеблющаяся величина, описывающая физический процесс;  $\delta$  — коэффициент затухания ( $\delta = r/(2m)$  в случае механических колебаний и  $\delta = R/(2L)$  в случае электромагнитных колебаний);  $\omega_0$  — циклическая частота свободных незатухающих колебаний той же колебательной системы;  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$  — частота затухающих колебаний;  $A_0 e^{-\delta t}$  — амплитуда затухающих колебаний.

● Декремент затухания

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\delta T},$$

где  $A(t)$  и  $A(t+T)$  — амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающимся на период.

● Логарифмический декремент затухания

$$\Theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N},$$

где  $\tau = 1/\delta$  — время релаксации;  $N$  — число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в  $e$  раз.

● Добротность колебательной системы

$$Q = \frac{\pi}{\Theta} = \frac{\omega_0}{2\delta}.$$

● Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний и его решение для установившихся колебаний:

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + 2\delta \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = x_0 \cos \omega t; \quad s = A \cos(\omega t - \varphi),$$

где  $s$  — колеблющаяся величина, описывающая физический про-

цесс ( $x_0 = F_0/m$  в случае механических колебаний,  $x_0 = U_m/L$  в случае электромагнитных колебаний);

$$A = \frac{x_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}}; \quad \varphi = \arctg \frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

● Резонансная частота и резонансная амплитуда

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}; \quad A_{\text{рез}} = \frac{x_0}{2\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}.$$

Сдвиг фаз между напряжением и силой тока

$$\tg \varphi = \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R}.$$

### Упругие волны

● Связь длины волны  $\lambda$ , периода  $T$  колебаний и частоты  $\nu$

$$\lambda = \nu T; \quad \nu = \lambda \nu,$$

где  $\nu$  — скорость распространения колебаний в среде (фазовая скорость).

● Уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси  $x$ ,

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

где  $\xi(x, t)$  — смещение точек среды с координатой  $x$  в момент времени  $t$ ;  $A$  — амплитуда волны;  $\omega$  — циклическая (круговая) частота;  $k = 2\pi/\lambda = 2\pi/(\nu T) = \omega/\nu$  — волновое число ( $\lambda$  — длина волны;  $\nu$  — фазовая скорость;  $T$  — период колебаний);  $\varphi_0$  — начальная фаза колебаний.

● Связь между разностью фаз  $\delta\varphi$  и разностью хода  $\Delta$

$$\delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}.$$

● Условия максимума и минимума амплитуды при интерференции волн

$$\Delta_{\text{max}} = \pm 2m \frac{\lambda}{2}; \quad \Delta_{\text{min}} = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2},$$

где  $m = 0, 1, 2, \dots$ .

● Фазовая  $v$  и групповая  $u$  скорости, а также связь между ними

$$v = \frac{\omega}{k}; \quad u = \frac{d\omega}{dk}; \quad u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}.$$



● Уравнение стоячей волны

$$\xi(x, t) = 2A \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \cos \omega t = 2A \cos kx \cos \omega t.$$

● Координаты пучностей и узлов

$$x_{\text{п}} = \pm m \frac{\lambda}{2}; \quad x_{\text{з}} = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2} \quad (m=0, 1, 2, \dots).$$

● Эффект Доплера в акустике

$$\nu = \frac{(\nu \pm \nu_{\text{пр}}) \nu_0}{\nu \mp \nu_{\text{ист}}},$$

где  $\nu$  — частота звука, воспринимаемая движущимся приемником;  $\nu_0$  — частота звука, посылаемая источником;  $\nu_{\text{пр}}$  — скорость движения приемника;  $\nu_{\text{ист}}$  — скорость движения источника;  $\nu$  — скорость распространения звука. Верхний знак берется, если при движении источника или приемника происходит их сближение, нижний знак — в случае их взаимного удаления.

### Электромагнитные волны

● Фазовая скорость распространения электромагнитных волн в среде

$$\nu = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}},$$

где  $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$  — скорость распространения света в вакууме;  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$  — соответственно электрическая и магнитная постоянные;  $\epsilon$  и  $\mu$  — соответственно электрическая и магнитная проницаемости среды.

● Связь между мгновенными значениями напряженностей электрического ( $E$ ) и магнитного ( $H$ ) полей электромагнитной волны

$$\sqrt{\epsilon_0 \epsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H,$$

где  $E$  и  $H$  — соответственно мгновенные значения напряженностей электрического и магнитного полей волны.

● Уравнения плоской электромагнитной волны

$$E = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi); \quad H = H_0 \cos(\omega t - kx + \varphi),$$

где  $E_0$  и  $H_0$  — соответственно амплитуды напряженностей элект-

рического и магнитного полей волны;  $\omega$  — круговая частота;  $k = \omega/v$  — волновое число;  $\varphi$  — начальные фазы колебаний в точках с координатой  $x=0$ .

- Объемная плотность энергии электромагнитного поля

$$w = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}.$$

- Плотность потока электромагнитной энергии — вектор Умова — Пойнтинга

$$S = [EH].$$

## ОПТИКА. КВАНТОВАЯ ПРИРОДА ИЗЛУЧЕНИЯ

### Элементы геометрической оптики

- Законы отражения и преломления света

$$i_1 = i_1; \quad \sin i_1 / \sin i_2 = n_{21},$$

где  $i_1$  — угол падения;  $i_1$  — угол отражения;  $i_2$  — угол преломления;  $n_{21} = n_2/n_1$  — относительный показатель преломления второй среды относительно первой;  $n_1$  и  $n_2$  — абсолютные показатели преломления первой и второй среды.

- Предельный угол полного отражения при распространении света из среды оптически более плотной в среду оптически менее плотную

$$\sin i_{\text{пр}} = n_2/n_1 = n_{21}.$$

- Формула сферического зеркала

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{R} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b},$$

где  $a$  и  $b$  — соответственно расстояния от полюса зеркала до предмета и изображения;  $f$  — фокусное расстояние зеркала;  $R$  — радиус кривизны зеркала.

- Оптическая сила тонкой линзы

$$\Phi = \frac{1}{f} = (N-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{a} + \frac{1}{b},$$

где  $f$  — фокусное расстояние линзы;  $N = n/n_1$  — относительный показатель преломления ( $n$  и  $n_1$  — соответственно абсолютные показатели преломления линзы и окружающей среды);  $R_1$  и  $R_2$  — радиусы кривизны поверхностей ( $R > 0$  для выпуклой поверхности;  $R < 0$  для вогнутой);  $a$  и  $b$  — соответственно расстояния от оптического центра линзы до предмета и изображения.

● Сила излучения

$$I_e = \Phi_e / \omega,$$

где  $\Phi_e$  — поток излучения источника;  $\omega$  — телесный угол, в пределах которого это излучение распространяется.

● Полный световой поток, испускаемый изотропным точечным источником,

$$\Phi_0 = 4\pi I,$$

где  $I$  — сила света источника.

● Светимость поверхности

$$R = \Phi / S,$$

где  $\Phi$  — световой поток, испускаемый поверхностью;  $S$  — площадь этой поверхности.

● Яркость  $B_\varphi$  светящейся поверхности в некотором направлении  $\varphi$

$$B_\varphi = I / (S \cos \varphi),$$

где  $I$  — сила света;  $S$  — площадь поверхности;  $\varphi$  — угол между нормалью к элементу поверхности и направлением наблюдения.

● Освещенность  $E$  поверхности

$$E = \Phi / S,$$

где  $\Phi$  — световой поток, падающий на поверхность;  $S$  — площадь этой поверхности.

● Связь светимости  $R$  и яркости  $B$  при условии, что яркость не зависит от направления,

$$R = \pi B.$$

## Интерференция света

● Скорость света в среде

$$v = c/n,$$

где  $c$  — скорость распространения света в вакууме;  $n$  — абсолютный показатель преломления среды.

- Разность фаз двух когерентных волн

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} (L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta,$$

где  $L = sn$  — оптическая длина пути ( $s$  — геометрическая длина пути световой волны в среде;  $n$  — показатель преломления этой среды);  $\Delta = L_2 - L_1$  — оптическая разность хода двух световых волн;  $\lambda_0$  — длина волны в вакууме.

- Условие интерференционных максимумов

$$\Delta = \pm m \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

- Условие интерференционных минимумов

$$\Delta = \pm (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

- Ширина интерференционной полосы

$$\Delta x = \frac{l}{d} \lambda_0,$$

где  $d$  — расстояние между двумя когерентными источниками, находящимися на расстоянии  $l$  от экрана, параллельного обоим источникам, при условии  $l \gg d$ .

- Условия максимумов и минимумов при интерференции света, отраженного от верхней и нижней поверхностей тонкой плоско-параллельной пленки, находящейся в воздухе ( $n_0 = 1$ ),

$$2dn \cos r \pm \frac{\lambda_0}{2} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} = m \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

$$2dn \cos r \pm \frac{\lambda_0}{2} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

где  $d$  — толщина пленки;  $n$  — ее показатель преломления;  $i$  — угол падения;  $r$  — угол преломления. В общем случае член  $\pm \lambda_0/2$  обусловлен потерей полуволны при отражении света от границы раздела.

- Радиусы светлых колец Ньютона в отраженном свете (или темных в проходящем свете)

$$r_m = \sqrt{(m - 1/2) \lambda_0 R} \quad (m = 1, 2, 3, \dots),$$

где  $m$  — номер кольца;  $R$  — радиус кривизны линзы.

- Радиусы темных колец Ньютона в отраженном свете (или светлых в проходящем свете)

$$r_m = \sqrt{m\lambda_0 R} \quad (m=0, 1, 2, \dots).$$

## Дифракция света

- Радиус внешней границы  $m$ -й зоны Френеля для сферической волны

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda},$$

где  $m$  — номер зоны Френеля;  $\lambda$  — длина волны,  $a$  и  $b$  — соответственно расстояния диафрагмы с круглым отверстием от точечного источника и от экрана, на котором дифракционная картина наблюдается.

- Условия дифракционных максимумов и минимумов от одной щели, на которую свет падает нормально:

$$a \sin \varphi = \pm (2m+1) \frac{\lambda}{2}, \quad a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \quad (m=1, 2, 3, \dots),$$

где  $a$  — ширина щели;  $\varphi$  — угол дифракции;  $m$  — порядок спектра;  $\lambda$  — длина волны.

- Условия главных максимумов и дополнительных минимумов дифракционной решетки, на которую свет падает нормально:

$$d \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \quad (m=0, 1, 2, \dots);$$

$$d \sin \varphi = \pm m' \frac{\lambda}{N} \quad (m'=1, 2, 3, \dots, \text{ кроме } 0, N, 2N, \dots),$$

где  $d$  — период дифракционной решетки;  $N$  — число штрихов решетки.

- Период дифракционной решетки

$$d = 1/N_0,$$

где  $N_0$  — число щелей, приходящихся на единицу длины решетки.

- Условие дифракционных максимумов от пространственной решетки (формула Вульфа — Брэггов)

$$2d \sin \theta = m \lambda \quad (m=1, 2, 3, \dots),$$

где  $d$  — расстояние между атомными плоскостями кристалла;  $\theta$  — угол скольжения.

- Угловая дисперсия дифракционной решетки

$$D_{\varphi} = \frac{\delta \varphi}{\delta \lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi}.$$

- Разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\delta \lambda} = mN,$$

где  $\lambda$ ,  $(\lambda + \delta \lambda)$  — длины волн двух соседних спектральных линий, разрешаемых решеткой;  $m$  — порядок спектра;  $N$  — общее число штрихов решетки.

### Взаимодействие электромагнитных волн с веществом

- Связь угла  $\varphi$  отклонения лучей призмой и преломляющего угла  $A$  призмы

$$\varphi = A(n - 1),$$

где  $n$  — показатель преломления призмы.

- Связь между показателем преломления и диэлектрической проницаемостью вещества

$$n = \sqrt{\varepsilon}.$$

- Закон ослабления света в веществе (закон Бугера)

$$I = I_0 e^{-\alpha x},$$

где  $I_0$  и  $I$  — интенсивности плоской монохроматической световой волны соответственно на входе и выходе слоя поглощающего вещества толщиной  $x$ ;  $\alpha$  — коэффициент поглощения.

- Эффект Доплера для электромагнитных волн в вакууме

$$\nu = \nu_0 \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + (v/c) \cos \theta},$$

где  $\nu_0$  и  $\nu$  — соответственно частоты электромагнитного излучения, испускаемого источником и воспринимаемого приемником;  $v$  — скорость источника электромагнитного излучения относительно приемника;  $c$  — скорость света в вакууме;  $\theta$  — угол между вектором скорости  $v$  и направлением наблюдения, измеряемый в системе отсчета, связанной с наблюдателем.

- Поперечный эффект Доплера для электромагнитных волн в вакууме ( $\theta = \pi/2$ )

$$\nu = \nu_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

● Эффект Вавилова — Черенкова

$$\cos \theta = c/(nv),$$

где  $\theta$  — угол между направлением распространения излучения и вектором скорости частицы;  $n$  — показатель преломления среды.

### Поляризация света

● Степень поляризации света

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где  $I_{\max}$  и  $I_{\min}$  — соответственно максимальная и минимальная интенсивности частично поляризованного света, пропускаемого анализатором.

● Закон Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \alpha,$$

где  $I$  — интенсивность плоскополяризованного света, прошедшего через анализатор;  $I_0$  — интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор;  $\alpha$  — угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора.

● Закон Брюстера

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21},$$

где  $i_B$  — угол падения, при котором отраженный от диэлектрика луч является плоскополяризованным;  $n_{21}$  — относительный показатель преломления.

● Оптическая разность хода для пластинки в четверть длины волны

$$\Delta = (n_o - n_e)d = \pm (m + 1/4)\lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

где знак плюс соответствует отрицательным кристаллам, минус — положительным;  $\lambda_0$  — длина волны в вакууме.

● Угол поворота плоскости поляризации:

для оптически активных кристаллов и чистых жидкостей

$$\varphi = \alpha d;$$

для оптически активных растворов

$$\varphi = [\alpha] C d,$$

где  $d$  — длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе;  $\alpha_0[\alpha]$  — удельное вращение;  $C$  — массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

### Квантовая природа излучения

#### ● Закон Стефана — Больцмана

$$R_e = \sigma T^4,$$

где  $R_e$  — энергетическая светимость (излучательность) черного тела;  $\sigma$  — постоянная Стефана — Больцмана;  $T$  — термодинамическая температура.

● Связь энергетической светимости  $R_e$  и спектральной плотности энергетической светимости  $r_{\nu, T}$  ( $r_{\lambda, T}$ ) черного тела

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\nu, T} d\nu = \int_0^{\infty} r_{\lambda, T} d\lambda.$$

#### ● Энергетическая светимость серого тела

$$R_T^e = A_T \sigma T^4,$$

где  $A_T$  — поглощательная способность серого тела.

#### ● Закон смещения Вина

$$\lambda_{\max} = b/T,$$

где  $\lambda_{\max}$  — длина волны, соответствующая максимальному значению спектральной плотности энергетической светимости черного тела;  $b$  — постоянная Вина.

● Зависимость максимальной спектральной плотности энергетической светимости черного тела от температуры

$$(r_{\lambda, T})_{\max} = C T^5,$$

где  $C = 1,30 \cdot 10^{-5}$  Вт/(м<sup>3</sup> · К<sup>5</sup>).

● Формула Рэлея — Джинса для спектральной плотности энергетической светимости черного тела

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT,$$

где  $k$  — постоянная Планка.

#### ● Энергия кванта

$$\varepsilon_0 = h\nu = hc/\lambda.$$



● Формула Планка

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/(kT)} - 1},$$

$$r_{\lambda, T} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/(kT\lambda)} - 1}.$$

● Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта

$$\varepsilon = h\nu = A + T_{\max},$$

где  $\varepsilon = h\nu$  — энергия фотона, падающего на поверхность металла;  $A$  — работа выхода электрона из металла;  $T_{\max}$  — максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона.

● «Красная граница» фотоэффекта для данного металла

$$\nu_0 = A/h; \quad \lambda_0 = hc/A,$$

где  $\lambda_0$  — максимальная длина волны излучения ( $\nu_0$  — соответственно минимальная частота), при которой фотоэффект еще возможен.

● Масса и импульс фотона

$$m_\gamma = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}; \quad p_\gamma = \frac{h\nu}{c},$$

где  $h\nu$  — энергия фотона.

● Давление, производимое светом при нормальном падении на поверхность,

$$p = \frac{E_e}{c}(1 + \rho) = w(1 + \rho),$$

где  $E_e = Nh\nu$  — облученность поверхности (энергия всех фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени);  $\rho$  — коэффициент отражения;  $w$  — объемная плотность энергии излучения.

● Изменение длины волны рентгеновского излучения при комптоновском рассеянии

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\theta) = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\theta}{2} = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2},$$

где  $\lambda$  и  $\lambda'$  — длины волн падающего и рассеянного излучений;  $m_0$  — масса электрона;  $\theta$  — угол рассеяния;  $\lambda_c = h/(m_0 c)$  — комптоновская длина волны.

# ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ АТОМОВ, МОЛЕКУЛ И ТВЕРДЫХ ТЕЛ

## Теория атома водорода по Бору

- Обобщенная формула Бальмера, описывающая серии в спектре водорода,

$$\nu = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где  $\nu$  — частота спектральных линий в спектре атома водорода;  $R$  — постоянная Ридберга;  $m$  определяет серию ( $m=1, 2, 3, \dots$ );  $n$  определяет отдельные линии соответствующей серии ( $n=m+1, m+2, \dots$ ):  $m=1$  (серия Лаймана),  $m=2$  (серия Бальмера),  $m=3$  (серия Пашена),  $m=4$  (серия Брэкета),  $m=5$  (серия Пфунда),  $m=6$  (серия Хэмфри).

- Первый постулат Бора (постулат стационарных состояний)

$$m_e v r_n = n \hbar \quad (n=1, 2, 3, \dots),$$

где  $m_e$  — масса электрона;  $v$  — скорость электрона по  $n$ -й орбите радиусом  $r_n$ .

- Второй постулат Бора (правило частот)

$$h\nu = E_n - E_m,$$

где  $E_n$  и  $E_m$  — соответственно энергии стационарных состояний атома до и после излучения (поглощения).

- Энергия электрона на  $n$ -й стационарной орбите

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{Z^2 m_e e^4}{8 h^2 \epsilon_0^2} \quad (n=1, 2, 3, \dots),$$

где  $Z$  — порядковый номер элемента в системе Менделеева;  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная.

## Элементы квантовой механики

- Связь дебройлевской длины волны частицы с импульсом  $p$

$$\lambda = h/p.$$

- Фазовая скорость свободно движущейся со скоростью  $v$  частицы массой  $m$

$$v_{фаз} = \omega/k = E/p = c^2/v,$$

где  $E = \hbar\omega$  — энергия частицы ( $\omega$  — круговая частота);  
 $p = \hbar k$  — импульс ( $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число).

● Групповая скорость свободно движущейся частицы

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dE}{dp}.$$

● Соотношения неопределенностей:  
 для координаты и импульса частицы

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar, \quad \Delta y \Delta p_y \geq \hbar, \quad \Delta z \Delta p_z \geq \hbar,$$

где  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  — неопределенности координат;  $\Delta p_x$ ,  $\Delta p_y$ ,  $\Delta p_z$  — неопределенности соответствующих проекций импульса частицы на оси координат;  
 для энергии и времени

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar,$$

где  $\Delta E$  — неопределенность энергии данного квантового состояния;  $\Delta t$  — время пребывания системы в данном состоянии.

● Вероятность нахождения частицы в объеме  $dV$

$$dW = \Psi \Psi^* dV = |\Psi|^2 dV,$$

где  $\Psi = \Psi(x, y, z, t)$  — волновая функция, описывающая состояние частицы;  $\Psi^*$  — функция, комплексно сопряженная с  $\Psi$ ;  
 $|\Psi|^2 = \Psi \Psi^*$  — квадрат модуля волновой функции.

Для стационарных состояний

$$dW = \psi \psi^* dV = |\psi|^2 dV,$$

где  $\psi = \psi(x, y, z)$  — координатная (амплитудная) часть волновой функции.

● Условие нормировки вероятностей

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dV = 1,$$

где интегрирование производится по всему бесконечному пространству, т. е. по координатам  $x, y, z$  от  $-\infty$  до  $+\infty$ .

● Коэффициент прозрачности  $D$  прямоугольного потенциально-го барьера конечной ширины  $l$

$$D = D_0 \exp \left[ -\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U-E)} l \right],$$

где  $D_0$  — множитель, который можно приравнять к единице;  
 $U$  — высота потенциального барьера;  $E$  — энергия частицы.

## Элементы физики атомов и молекул

- Потенциальная энергия  $U(r)$  взаимодействия электрона с ядром в водородоподобном атоме

$$U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r},$$

где  $r$  — расстояние между электроном и ядром;  $Z$  — порядковый номер элемента;  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная.

- Собственное значение энергии  $E_n$  электрона в водородоподобном атоме

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{Z^2 m e^4}{8 h^2 \epsilon_0^2} \quad (n=1, 2, 3, \dots).$$

- Энергия ионизации атома водорода

$$E_i = -E_1 = \frac{m e^4}{8 h^2 \epsilon_0^2}.$$

- Момент импульса (механический орбитальный момент) электрона

$$L_l = \hbar \sqrt{l(l+1)},$$

где  $l$  — орбитальное квантовое число, принимающее при заданном  $n$  следующие значения:  $l=0, 1, \dots, n-1$  (всего  $n$  значений).

- Проекция момента импульса на направление  $z$  внешнего магнитного поля

$$L_{lz} = \hbar m_l,$$

где  $m_l$  — магнитное квантовое число, принимающее при заданном  $l$  следующие значения:  $m_l=0, \pm 1, \dots, \pm l$  (всего  $(2l+1)$  значений).

- Правила отбора для орбитального и магнитного квантовых чисел

$$\Delta l = \pm 1 \text{ и } \Delta m_l = 0, \pm 1.$$

- Нормированная волновая функция, отвечающая  $1s$ -состоянию (основному состоянию) электрона в атоме водорода,

$$\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a},$$

где  $a = 4\pi\epsilon_0\hbar^2/(me^2)$  — величина, совпадающая с первым боровским радиусом.

● Вероятность обнаружить электрон в атоме водорода, находящемся в  $1s$ -состоянии, в интервале от  $r$  до  $r+dr$

$$dW = |\psi_{100}|^2 dV = |\psi_{100}|^2 \cdot 4\pi r^2 dr.$$

● Спин (собственный механический момент импульса) электрона

$$L_s = \hbar\sqrt{s(s+1)},$$

где  $s$  — спиновое квантовое число ( $s=1/2$ ).

● Проекция спина на направление  $z$  внешнего магнитного поля

$$L_{sz} = \hbar m_s,$$

где  $m_s$  — магнитное спиновое квантовое число ( $m_s = \pm 1/2$ ).

● Принцип Паули

$$Z(n, l, m_l, m_s) = 0 \text{ или } 1,$$

где  $Z(n, l, m_l, m_s)$  — число электронов, находящихся в квантовом состоянии, описываемом набором четырех квантовых чисел:  $n$  — главного,  $l$  — орбитального,  $m_l$  — магнитного,  $m_s$  — магнитного спинового.

● Максимальное число электронов  $Z(n)$ , находящихся в состояниях, определяемых данным главным квантовым числом  $n$ ,

$$Z(n) = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) = 2n^2.$$

● Коротковолновая граница сплошного рентгеновского спектра

$$\lambda_{\min} = ch/(eU),$$

где  $e$  — заряд электрона;  $U$  — разность потенциалов, приложенная к рентгеновской трубке.

● Закон Мозли, определяющий частоты спектральных линий характеристического рентгеновского излучения,

$$\nu = R(Z - \sigma)^2 \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где  $R$  — постоянная Ридберга;  $Z$  — порядковый номер элемента в периодической системе;  $\sigma$  — постоянная экранирования;  $m$  определяет рентгеновскую серию ( $m=1, 2, 3, \dots$ );  $n$  определяет отдельные линии соответствующей серии ( $n=m+1, m+2, \dots$ ).

*Справочное издание*

**Трофимова Таисия Ивановна**

**ФИЗИКА**

**400 ОСНОВНЫХ ЗАКОНОВ  
И ФОРМУЛ**

*Редактор Г. Н. Чернышева*

*Художественный редактор Т. А. Коленкова*

*Художник В. А. Маслов*

*Технический редактор Г. А. Виноградова*

**ИБ № 10004**

Изд. № ФМ-108. Сдано в набор 01.06.92. Подп. в печать 17.11.92.  
Формат 60 × 88/16. Бум. офс. № 2. Гарнитура «Таймс» Печать офсетная.  
Объем 2,94 усл. печ. л. 2,94 усл. кр.-отт. 1,88 уч. изд. л.  
Тираж 60000 экз. Заказ № 583.

Издательство «Высшая школа», 101430, Москва, ГСП-4, Неглинная ул., д. 29/14.

Набрано на персональном компьютере издательства.

Отпечатано в московской типографии № 8 Министерства печати и информации  
Российской Федерации. 101898, Москва, Центр, Хохловский пер., 7.

